1 Feedback zum 4. Globalübungsblatt

- Für die Zukunft: Lösungen so aufschreiben, dass diese leicht für Dritte und *allein durch das Lesen* nachvollzogen werden können (Ist bestimmt eine Fähigkeit, die du später als Lehrer sehr gut gebrauchen kannst - die Übungsblatter bieten dir eine gute Gelegenheit, diese Fähigkeit zu üben).

  Wenn du deine Lösung nicht einfach verständlich aufschreiben kannst, so bist du noch nicht fertig mit der Aufgabe ("Man hat erst dann was verstanden, wenn man es erklären kann").

- Beachte, welche Variable du als *beliebig* (bzw. beliebig mit einer bestimmten Eigenschaft) annehmen musst und bei welcher du *ein konkretes Beispiel* finden musst:

  - Wenn eine Aussage $\forall x \in M : A(x)$ gezeigt werden soll, dann muss man $A(x_0)$ für *ein beliebiges* $x_0 \in M$ beweisen.

    Beispiel: Das Folgenkriterium für Stetigkeit einer Funktion f im Punkt a_0 lautet: **Für jede** Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, die gegen a_0 konvergiert, konvergiert die dazugehörige Folge der Funktionswerte $(f(x_n))_{n\in\mathbb{N}}$ gegen $f(a_0)$.

    Wenn du nun beweisen möchtest, dass eine Funktion f im Punkt a_0 stetig ist, musst du **alle** Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ betrachten, die gegen a_0 konvergieren.

  - Wenn eine Aussage $\exists x \in M : A(x)$ gezeigt werden soll, dann muss man $A(x_0)$ für *ein spezielles* $x_0 \in M$ beweisen (welches man z.B. konkret angeben kann).

    Beispiel: Das ϵ-δ-Kriterium für Stetigkeit einer Funktion f im Punkt a lautet: Für jedes $\epsilon > 0$ **gibt es ein** $\delta > 0$ mit $d(f(x), f(a)) < \epsilon$ für alle x mit $d(x,a) < \delta$.

    Wenn du nun die Stetigkeit der Funktion f im Punkt a beweisen möchtest, so musst du für alle $\epsilon > 0$ **ein spezielles** $\delta > 0$ finden, welches obige Eigenschaft erfüllt (z.B. indem du dieses δ in Abhängigkeit von ϵ angibst).

  Beachte, dass sich die Rollen vertauschen, wenn du den Gegenbeweis führen möchtest (das heißt, wenn du die Negation einer Aussage beweisen möchtest):

  - Wenn du beweisen möchtest, dass eine Aussage $\forall x \in M : A(x)$ nicht stimmt, musst du *ein spezielles* $x_0 \in M$ finden, so dass $A(x_0)$ falsch ist.

    Beispiel: Für den Beweis mit Hilfe des Folgenkriteriums, dass eine Funktion f im Punkt a_0 nicht stetig ist, musst du **eine spezielle** Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ finden, so dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a_0 und $(f(a_n))_{n\in\mathbb{N}}$ nicht gegen $f(a_0)$ konvergiert.

  - Wenn du beweisen möchtest, dass eine Aussage $\exists x \in M : A(x)$ nicht stimmt, musst du *für alle* $x_0 \in M$ beweisen, dass $A(x_0)$ falsch ist.

    Beispiel: Stell dir vor, du möchtest mit dem ϵ-δ-Kriterium für Stetigkeit beweisen, dass eine Funktion f im Punkt a nicht stetig ist. Du musst hier beweisen, dass es ein spezielles $\epsilon > 0$ gibt, so dass es **für beliebige** $\delta > 0$ ein x im Definitionsbereich mit $d(x,a) < \delta$ und $d(f(x), f(a)) \geq \epsilon$ gibt.