1 Feedback zum 6. Globalübungsblatt

1.1 Aufgabe 20

- Um zu beweisen, dass eine Menge A in einer Grundmenge X kompakt ist, musst du von einer beliebigen offenen Überdeckung *von* A und nicht von X ausgehen und beweisen, dass diese offene Überdeckung eine offene Teilüberdeckung besitzt. Dementsprchend ist Ausgangspunkt in Aufgabe 20 eine offene Überdeckung der Menge $A \cup B$ (bzw. der Menge $A \cap B$) und keine offene Überdeckung der Grundmenge X.

- Eine offene Überdeckung von $A \cap B$ überdeckt im Allgemeinen weder A noch B.

- Es ist $\left(\bigcup_{i \in J_A} M_i\right) \cap \left(\bigcup_{i \in J_B} M_i\right) \neq \bigcup_{i \in J_A \cap J_B} M_i$. Beispiel:

$$\left(\bigcup_{i \in \{1\}} M_i\right) \cap \left(\bigcup_{i \in \{2\}} M_i\right) = M_1 \cap M_2 \neq \emptyset = \bigcup_{i \in \{1\} \cap \{2\}} M_i$$

1.2 Aufgabe 21

- Teilfolgen besitzen nach Definition immer unendlich viele Folgenglieder. Es gibt damit keine Teilfolge der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, die konstant -1 wäre.

- Beachte folgende Beispiele für die Schreibweise von Teilfolgen:
  - Teilfolge $(b_k)_{k \in \mathbb{N}}$ von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit geraden Indizies n:

$$(b_k)_{k \in \mathbb{N}} = (a_{2k})_{k \in \mathbb{N}} = (a_{2 \cdot 1} |\, a_{2 \cdot 2} |\, a_{2 \cdot 3} |\, \ldots) = (a_2 |\, a_4 |\, a_6 |\, \ldots)$$

  - Teilfolge $(b_k)_{k \in \mathbb{N}}$ von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit ungeraden Indizies $n \geq 10$:

$$(b_k)_{k \in \mathbb{N}} = (a_{2k+9})_{k \in \mathbb{N}} = (a_{2 \cdot 1+9} |\, a_{2 \cdot 2+9} |\, a_{2 \cdot 3+9} |\, \ldots) = (a_{11} |\, a_{13} |\, a_{15} |\, \ldots)$$

- Es gibt kompakte Mengen, die nicht kompakte Teilmengen besitzen (zum Beispiel besitzt die kompakte Menge $[0, 9]$ die nicht kompakte Teilmenge $]2, 7[$). Dementsprechend kannst du die Nicht-Kompaktheit einer Menge nicht dadurch beweisen, indem du zeigst, dass diese Menge eine nicht kompakte Teilmenge besitzt.

1.3 Aufgabe 22

- Es gibt Folgen, die keine Cauchyfolgen sind und dennoch eine konvergente Teilfolge besitzen (Bsp: die Folge $((-1)^n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit der konvergenten Teilfolge $\left((-1)^{2k}\right)_{k \in \mathbb{N}}$). Um also bei Teilaufgabe (b) zu beweisen, dass die Folge $\left(e^k\right)_{k \in \mathbb{N}}$ keine konvergente Teilfolge besitzt, reicht es nicht zu zeigen, dass diese Folge keine Cauchy-Folge ist. Vielmehr musst du beweisen, dass jede Teilfolge der Folge $\left(e^k\right)_{n \in \mathbb{N}}$ keine Cauchy-Folge ist.