1 Feedback zum 8. Globalübungsblatt

1.1 Aufgabe 27

In dieser Aufgabe ist zu beachten, dass die Funktion *von* $]-1,1[$ *nach* $\mathbb{R}^3$ abbildet. Das heißt, dass die Funktion f genau ein (reelles) Argument besitzt und dass $f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ stets ein 3-dimensionaler Vektor ist.

1.2 Aufgabe 28

Einigen hat es Probleme bereitet, dass f als Funktion nicht genau definiert wurde. Du kannst aber f als allgemeine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit der ersten Ableitung $f'(t)$ und der zweiten Ableitung $f''(t)$ betrachten. Es wird dann (sei $l \in \{1, 2, \dots, n\}$):

$$\begin{aligned}
\partial_l F &= \partial_l f\left(\langle k, x\rangle - wt\right) = f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \cdot \partial_l\left(\langle k, x\rangle - wt\right) = k_l \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \\
\partial_l(\partial_l F) &= \partial_l(\partial_l f\left(\langle k, x\rangle - wt\right)) = \partial_l\left(k_l \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right)\right) = k_l^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \\
\partial_t F &= \partial_t f\left(\langle k, x\rangle - wt\right) = f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \cdot \partial_t\left(\langle k, x\rangle - wt\right) = (-w) \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \\
\partial_t(\partial_t F) &= \partial_t(\partial_t f\left(\langle k, x\rangle - wt\right)) = \partial_t\left((-w) \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right)\right) = w^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right)
\end{aligned}$$

Dabei ist

$$\partial_l \langle k, x\rangle = \partial_l\left(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 + \ldots + k_n \cdot x_n\right) = k_l$$

Damit kann die Aufgabe gelöst werden und es ist

$$\begin{aligned}
c^2 \Delta F - \partial_t(\partial_t F) &= c^2 \sum_{l=0}^{n} \partial_l(\partial_l F) - \partial_t(\partial_t F) \\
&= c^2 \sum_{l=0}^{n} \left[k_l^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right)\right] - w^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \\
&\downarrow w = c \cdot \|k\| \\
&= c^2 \sum_{l=0}^{n} \left[k_l^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right)\right] - c^2 \cdot \|k\|^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \\
&= c^2 \cdot f'\left(\langle k, x\rangle - wt\right) \cdot \underbrace{\left(\underbrace{\sum_{l=0}^{n} \left[k_l^2\right]}_{=\|k\|} - \|k\|^2\right)}_{=0} \\
&= 0
\end{aligned}$$